

Quantenmechanik I, WS 2026/27

Prof. Dr. Michael Bonitz

Übungszettel 2¹, Abgabe: Montag, 26. Oktober 10:00

1. Wiederholung: Grundlagen der Quantenmechanik²

- (a) Erläutern Sie das Phänomen der Hohlraumstrahlung. Diskutieren Sie die Plancksche Strahlungsformel, insbesondere die Grenzfälle großer und kleiner Wellenlängen. Vollziehen Sie Plancks (erste) Ableitung seines Strahlungsgesetzes (durch Kombination beider Grenzfälle) nach. Grundlage: Plancks Nobelvortrag (abschließende Anmerkungen, s. downloads) und Vorlesung. Erläutern Sie Plancks Quantenhypothese.
- (b) Erläutern Sie das Versagen des klassischen Atommodells (Planetenmodells).
- (c) Erläutern Sie Idee, Resultate und Probleme des Bohrschen Atommodells.

2. Aufgaben³: (24 Punkte)

- (a) Erläutern Sie die Interferenz elektromagnetischer Wellen am Doppelspalt. Leiten Sie das Ergebnis für die Gesamtintensität $I_{12}(x, y, z, t) = a|E_{12}|^2$ her, wobei $E_{12} = E_1 + E_2$ ist und $E_{1,2}$ die Feldstärke der Kugelwellen bezeichnet, die Spalt 1 (bzw. 2) verlassen und $a = c/4\pi$ (CGS) ist (Grundlage: Elektrodynamik). Skizzieren Sie das Interferenzbild, das auf einem ebenen Schirm parallel zum Doppelspalt im Abstand d von diesem entsteht.
(Punkte: 8)
- (b) Berechnen Sie die Kommutatoren $[\hat{r}_i, \hat{T}]$, $[\hat{L}_i, \hat{p}_k]$ sowie $[\hat{L}_i, \hat{L}_k]$, $i, k = x, y, z$. Hinweis: der Drehimpulsoperator und die kinetische Energie sind definiert in Analogie zur klassischen Mechanik: $\hat{T} = \hat{p}^2/2m$, $\hat{\mathbf{L}} = \hat{\mathbf{r}} \times \hat{\mathbf{p}}$, sowie $\hat{r}_k = r_k$ und $\hat{p}_k = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial r_k}$.
(Punkte: 3, 3 bzw. 6)
Hinweis: der Kommutator zweier Operatoren ist definiert als $[\hat{a}, \hat{b}] \equiv \hat{a}\hat{b} - \hat{b}\hat{a}$.
- (c) Vereinfachen Sie $[\hat{a}, [\hat{c}, \hat{b}]]$ und $[[\hat{a}, \hat{b}], [\hat{c}, \hat{d}]]$
(Punkte: 4)

3. Zusatzaufgabe (Abgabe 2.11.): Konstruieren Sie den Translationsoperator $\hat{k}_a$ mit der Wirkung $\hat{k}_a\Psi(\vec{r}) = \Psi(\vec{r} + \vec{a})$. (Hinweis: entwickeln Sie $\Psi(\vec{r} + \vec{a})$ in eine Taylor-Reihe.) Man finde analog den Rotationsoperator um eine fixierte Achse $\vec{n}$ (Verwendung von Zylinderkoordinaten).

¹Zu den Theorietemen und Übungsaufgaben erfolgt zu Übungsbeginn ein schriftlicher Kurztest.

²Theoriefragen sind mündlich zu beantworten und an der Tafel zu demonstrieren.

³schriftliche Lösung zur Abgabe