

Statistische Physik und Thermodynamik, SS 2026

Prof. Dr. Michael Bonitz

Übungszettel 6, Abgabe 1. Juni 10:15

1. **Wiederholung:** *Kanonische und Großkanonische Gesamtheit*¹

- (a) Erläutern Sie das kanonische Ensemble und die Ableitung der kanonischen Gibbsverteilung bzw. des kanonischen Dichteoperators.
- (b) Erläutern Sie die Berechnung von thermodynamischen Erwartungswerten im kanonischen Ensemble, insbesondere Innere Energie und Wärmekapazität.
- (c) Erläutern Sie das großkanonische Ensemble und die Ableitung der großkanonischen Gibbsverteilung bzw. des großkanonischen Dichteoperators.
- (d) Erläutern Sie die Berechnung von thermodynamischen Erwartungswerten im großkanonischen Ensemble, insbesondere Innere Energie, mittlere Teilchenzahl, Teilchenzahl-Fluktuation und Wärmekapazität.
- (e) Die Kanonische und Großkanonische Gesamtheit wurden alternativ durch Maximierung der Entropie mit Nebenbedingungen erhalten. Diskutieren Sie den Zusammenhang beider Zugänge.

2. **Aufgaben:** *Kanonische und Großkanonische Gesamtheit* (31 + 6 Punkte)

- (a) Zeigen Sie, dass die Entropie für ein Vielteilchensystem in einem reinen Zustand verschwindet. Diskutieren Sie das Ergebnis und den Zusammenhang mit der Shannon-Information. (5 Punkte)
- (b) Berechnen Sie die kanonische Zustandssumme $Z^K = \sum_i e^{-\beta E_i}$ des idealen Gases (ohne Spin). Hinweis: Man verwende denselben Zugang wie bei der mikrokanonischen Gesamtheit (Teilchen in einer Box). Drücken Sie das Resultat durch den Entartungsparameter χ aus, mit der thermischen DeBroglie-Wellenlänge Λ_{th} ,

$$\Lambda_{th} = \frac{h}{(2\pi m k_B T)^{1/2}}, \quad \chi = n \Lambda_{th}^3.$$

(8 Punkte)

- (c) Berechnen Sie aus Z^K die Freie Energie, die innere Energie, den Druck und die Wärmekapazität C_{VN} und vergleichen Sie mit dem Resultat der mikrokanonischen Rechnung. (7 Punkte)

¹Theoriefragen sind mündlich zu beantworten, die wichtigsten Schritte überzeugend zu erläutern.

- (d) Berechnen Sie die Varianz der Wärmekapazität. (5 Punkte)
- (e) Zeigen Sie für die großkanonische Gesamtheit, dass gilt $\langle \hat{H} \rangle_G = U$, $\langle \hat{N} \rangle_G = \bar{N}$ (man verwende die Definition von Ω). (6 Punkte)
- (f) *Zusatzaufgabe:* Für die großkanonische Gesamtheit berechne man die Varianzen $\langle (\Delta \hat{H})^2 \rangle_G$, $\langle (\Delta \hat{N})^2 \rangle_G$, sowie die Korrelationsfunktion $\langle \Delta \hat{N} \Delta \hat{H} \rangle_G$. (6 Punkte)