

Statistische Physik und Thermodynamik, SS 2026

Prof. Dr. Michael Bonitz

Übungszettel 3, Abgabe 4. Mai 10:15

1. **Wiederholung:** *Grundlagen der Statistischen Physik*¹

- (a) Wiederholen Sie die Definition des Dichteoperators und der Dichtematrix und vergleichen Sie mit der Wellenfunktionsbeschreibung eines Vielteilchensystems.
- (b) Leiten Sie die Bewegungsgleichung (von Neumann-Gleichung) des N -Teilchen-Dichteoperators aus der Schrödingergleichung ab.

2. **Aufgaben:** *Grundlagen der Statistischen Physik. Dichteoperator* (32 Punkte)

- (a) Man beweise, dass für die Poisson-Klammer und eine beliebige Funktion $A(\Omega)$ der Phasenraumvariablen Ω von N Teilchen gilt $\{A, A^m\} = 0$, mit $m \in \mathbb{N}$, s. Vorlesung. (4 Punkte)
- (b) Der Erwartungswert $\langle A(\Omega) \rangle(t)$ einer Phasenraumfunktion lässt sich für eine gemischte Gesamtheit mit der Gibbs-Verteilung f_N berechnen. Man zeige, dass $\frac{d}{dt} \langle A(\Omega) \rangle(t) = 0$, wenn $\frac{\partial A}{\partial t} = \{A(\Omega), H(\Omega)\} = 0$. (7 Punkte)
- (c) Beweisen Sie, dass der Dichteoperator hermitesch ist und nichtnegative Diagonalelemente besitzt. Wann gilt Idempotenz, d.h. $\hat{\rho}^2 = \hat{\rho}$? (6 Punkte)
- (d) Finden Sie die Dichtematrix eines Elektrons in einem idealen Quantendraht im kanonischen Ensemble und erläutern Sie die Bedeutung der zugehörigen Matrixelemente. Man gebe sowohl die Darstellung durch Eigenzustände des Hamiltonoperators \hat{H} als auch die Ortsdarstellung an. Der Draht besitze einen quadratischen Querschnitt der Breite a und eine sehr große Länge, $L \gg a$ (Reflexion an den Enden sei vernachlässigbar). Hinweis: man löse zuerst die stationäre Schrödingergleichung, das Potential approximiere man durch einen Kasten mit unendlich hohen Wänden. Der kanonische Dichteoperator ist gegeben durch $\hat{\rho} = \frac{e^{-\beta \hat{H}}}{Z}$, mit $Z = \text{const.}$ (15 Punkte)

¹Theoriefragen sind mündlich zu beantworten, die wichtigsten Schritte überzeugend zu erläutern.