

Statistische Physik und Thermodynamik, SS 2026

Prof. Dr. Michael Bonitz

Übungszettel 10, Abgabe 29. Juni 10:15

1. Wiederholung: *Quantengase. Besetzungszahl-Darstellung*¹

- (a) Diskutieren Sie die Bedingungen für die Beobachtbarkeit von Effekten der Quantenstatistik. Geben Sie aktuelle Beispiele für fermionische und bosonische Quantengase an.
- (b) Erläutern Sie die Grundidee der Besetzungszahl-Darstellung der Quantenstatistik von Vielteilchensystemen.
- (c) Geben Sie die Besetzungszahl-Darstellung der großkanonischen Zustandssumme und des Dichteoperators an.
- (d) Wie äußert sich der Unterschied zwischen Fermionen und Bosonen in der Besetzungszahldarstellung? Leiten Sie das großkanonische Potential und die mittlere Teilchenzahl im Einteilchenzustand $|\phi_p\rangle$ für Fermionen ab.
- (e) Leiten Sie das großkanonische Potential und die mittlere Teilchenzahl im Einteilchenzustand $|\phi_p\rangle$ für Bosonen ab.

2. Aufgaben: *Fermigas* (25 Punkte - ohne 50%-Schwelle)

- (a) Berechnen Sie die Zustandsdichte für Fermionen in zwei bzw. einer Dimension. Beispiele sind Halbleiter-Nanostrukturen wie “quantum wells” (2D) oder “Quantendrähte” (1D). *Quelle*: Vorlesungsskript. (8 Punkte)
- (b) Berechnen Sie die mittlere Fluktuation der Besetzungszahlen $\langle(\Delta n_p)^2\rangle_G$ und die relative Fluktuation (bezogen auf n_p^2). Diskutieren Sie den Einfluss des Pauli-Prinzips auf das Resultat. *Hinweis*: man berechne die Erwartungswerte aus ζ_p , analog zu $\langle n_p \rangle_G$. (6 Punkte)
- (c) Berechnen Sie die Fluktuation und die relativen Fluktuationen der Energie für ein Fermigas bei niedrigen Temperaturen. *Hinweis*: verwenden Sie die Sommerfeldentwicklung. (8 Punkte)
- (d) Zeigen Sie, dass der Brueckner-Parameter, $r_s = \bar{r}/a_B$, das Verhältnis aus mittlerem Teilchenabstand zum Bohr-Radius, proportional ist zum Quantenkopplungsparameter, $\Gamma_q = |\langle W \rangle| / \langle E_{kin} \rangle$. Man betrachte ein homogenes Elektronengas bei $T = 0$. (3 Punkte)

¹Theoriefragen sind mündlich zu beantworten und an der Tafel zu demonstrieren. Für die Klausurzulassung sind drei (benotete) erfolgreiche Auftritte erforderlich.