

Statistische Physik und Thermodynamik, SS 2025

Prof. Dr. Michael Bonitz

Übungszettel 6, Abgabe 26. Mai 10:15

1. **Wiederholung:** *Mikrokanonische und Kanonische Gesamtheit*¹

- (a) Erläutern Sie das Gibbssche Paradoxon und seine Lösung.
- (b) Erläutern Sie das kanonische Ensemble und die Ableitung der kanonischen Gibbsverteilung bzw. des kanonischen Dichteoperators.
- (c) Erläutern Sie die Berechnung von thermodynamischen Erwartungswerten im kanonischen Ensemble, insbesondere Innere Energie und Wärmekapazität.

2. **Aufgaben:** *Gleichgewichts-Verteilung. Entropie* (37 Punkte)

- (a) Zeigen Sie, dass die Entropie für ein Vielteilchensystem in einem reinen Zustand verschwindet. (5 Punkte)
- (b) Bei der Ableitung der Entropie des idealen Gases (s. Vorlesung) wurde vorausgesetzt, dass die Wechselwirkung und Entartung vernachlässigbar sind. Zeichnen Sie den zulässigen Parameterbereich für ein Elektronengas in der Ebene $\log n - \log T$ ein (T in K und n in Teilchen pro cm^{-3}). Als Grenze verwende man die Bedingungen $\Gamma = 0.1$ und $\chi = 0.1$. Betrachten Sie darüber hinaus ein dichtes Elektron-Ion-Plasma (Ionen der Masse m_i). Untersuchen Sie, in welchem Bereich der $\log n - \log T$ -Ebene die Elektronen sowie die Ionen entartet sind (als Kriterium verwende man $\chi = 1$). (7 Punkte)
- (c) Verallgemeinern Sie das (mikrokanonische) Resultat für die Entropie, Energie, Druck und chemisches Potential des idealen Gases auf ein Mehrsortensystem. Betrachten Sie als Beispiel ein vollständig ionisiertes Wasserstoffplasma, d.h. System aus N Elektronen und N Protonen. Man untersuche auch das Verhältnis der Beiträge von Elektronen und Protonen für diese Größen. (7 Punkte)
- (d) Verallgemeinern Sie die Berechnung der Entropie für ein Wasserstoffgas auf den atomaren Bereich. Nehmen Sie dafür an, dass alle Elektronen gebunden und im Grundzustand sind. Man löse dazu für jedes Elektron-Proton-Paar das Wasserstoffproblem in Relativ- und Schwerpunktskoordinaten. Skizzieren Sie qualitativ in der Dichte-Temperatur-Ebene aus Aufgabe (a) den Bereich

¹Theoriefragen sind mündlich zu beantworten, die wichtigsten Schritte überzeugend zu erläutern.

des atomaren Wasserstoffs im Grundzustand.

Hinweis: Bindungszustände sind nur stabil, wenn i) die Bindungsenergie die kinetische Energie der Teilchen übertrifft und ii) der mittlere Abstand zweier Teilchen größer ist als die Ausdehnung der Wellenfunktion [warum?]. In der Aufgabenstellung wurde die Bildung von H_2 -Molekülen vernachlässigt. In welchen Dichte-Temperaturbereich ist dies gerechtfertigt? (13 Punkte)

- (e) Betrachten Sie ein Wasserstoffgas für Temperaturen $T > 50,000\text{K}$. Berechnen Sie die Zustandssumme der Bindungszustände und diskutieren Sie das Ergebnis. (5 Punkte)