Statistische Physik und Thermodynamik, SS 2025

Prof. Dr. Michael Bonitz

Übungszettel 3, Abgabe 5. Mai 10:15

1. **Wiederholung**: *Grundlagen der Statistischen Physik*[1]

   (a) Wiederholen Sie die Definition des Dichteoperators und der Dichtematrix und vergleichen Sie mit der Wellenfunktionsbeschreibung eines Vielteilchensystems.

   (b) Leiten Sie die Bewegungsgleichung (von Neumann-Gleichung) des N-Teilchen-Dichteoperators aus der Schrödingergleichung ab.

2. **Aufgaben**: *Grundlagen der Statistischen Physik. Dichteoperator* (32 Punkte)

   (a) Man beweise, dass für die Poisson-Klammer und eine beliebige Funktion $A(\Omega)$ der Phasenraumvariablen Ω von N Teilchen gilt $\{A, A^m\} = 0$, mit $m \in N$, s. Vorlesung. (4 Punkte)

   (b) Der Erwartungswert $\langle A(\Omega)\rangle(t)$ einer Phasenraumfunktion lässt sich für eine gemischte Gesamtheit mit der Gibbs-Verteilung f_N berechnen. Man zeige, dass $\frac{d}{dt}\langle A(\Omega)\rangle(t) = 0$, wenn $\frac{\partial A}{\partial t} = \{A(\Omega), H(\Omega)\} = 0$. (7 Punkte)

   (c) Beweisen Sie, dass der Dichteoperator hermitesch ist und nichtnegative Diagonalelemente besitzt. Wann gilt Idempotenz, d.h. $\hat{\rho}^2 = \hat{\rho}$? (6 Punkte)

   (d) Finden Sie die Dichtematrix eines Elektrons in einem idealen Quantendraht im kanonischen Ensemble und erläutern Sie die Bedeutung der zugehörigen Matrixelemente. Man gebe sowohl die Darstellung durch Eigenzustände des Hamiltonoperators $\hat{H}$ als auch die Ortsdarstellung an. Der Draht besitze einen quadratischen Querschnitt der Breite a und eine sehr große Länge, $L \gg a$ (Reflexion an den Enden sei vernachlässigbar). Hinweis: man löse zuerst die stationäre Schrödingergleichung, das Potential approximiere man durch einen Kasten mit unendlich hohen Wänden. Der kanonische Dichteoperator ist gegeben durch $\hat{\rho} = \frac{e^{-\beta \hat{H}}}{Z}$, mit $Z =$const. (15 Punkte)

[1] Theoriefragen sind mündlich zu beantworten, die wichtigsten Schritte überzeugend zu erläutern.