

Statistische Physik und Thermodynamik, SS 2025

Prof. Dr. Michael Bonitz

Übungszettel 1, ohne Abgabe, aber vorrechnen

1. **Wiederholung:** *Grundlagen der Wahrscheinlichkeitstheorie*¹

- (a) Erläutern Sie die Begriffe Wahrscheinlichkeit und Ereignisraum für diskrete und kontinuierliche Prozesse.
- (b) Formulieren Sie die Eigenschaften der Wahrscheinlichkeit. Diskutieren Sie bedingte Wahrscheinlichkeit, Wahrscheinlichkeitsverteilung und -dichte.
- (c) Erläutern Sie die Berechnung von Erwartungswerten, sowie von Fluktuationen (Varianz, Standardabweichung), vgl. Quantenmechanik.

2. **Theorie:** *Wichtige Wahrscheinlichkeitsverteilungen*

- (a) Erläutern Sie die Unterschiede in der mechanischen und statistischen Beschreibung physikalischer Prozesse (Vorlesung).
- (b) Machen Sie sich mit dem Konzept des random walk vertraut.
- (c) Leiten Sie die Binomialverteilung her. Berechnen Sie den Mittelwert und prüfen Sie die Normierung.
- (d) Wiederholen Sie die Gammafunktion und ihre Eigenschaften und leiten Sie die Stirlingformel ab.

3. **Aufgaben:** *Wahrscheinlichkeitstheorie* (22 Punkte)

- (a) Berechnen Sie die Varianz der Binomialverteilung. (5 Punkte)
- (b) Berechnen Sie für die eindimensionale Gauss-Verteilung, $P(x) = Ce^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}}$, die Normierungskonstante C , die Varianz sowie das k -te Moment, $\langle x^k \rangle = \int dx x^k P(x)$, $k = 1, 2, \dots$ (10 Punkte)
- (c) Ein Zufallsexperiment liefere als Ergebnis nicht-negative reelle Zahlen, die mit der Wahrscheinlichkeitsdichte

$$f(x; n) = C_n \begin{cases} x^n e^{-x} & : x \geq 0 \\ 0 & : x < 0 \end{cases}$$

verteilt sind ($n = 1, 2, \dots$).

- (i) Bestimmen Sie die Normierungskonstante C_n . Zeichnen Sie den Graphen der Funktion $f(x; n)$ für $n = 1, 3, 5$.

¹Theoriefragen sind mündlich zu beantworten und in der Übung zu erläutern.

- (ii) Berechnen Sie den Erwartungswert $\bar{x}(n)$.
- (iii) Berechnen Sie die Varianz $\sigma^2(n)$.
- (iv) Berechnen Sie die Schiefe

$$\gamma(n) := \frac{1}{\sigma(n)^3} \overline{(x - \bar{x}(n))^3}.$$

(7 Punkte)