

Quantenmechanik I, WS 2023/24

Prof. Dr. Michael Bonitz

Übungszettel 2, Abgabe: Montag, 30. Oktober 10.00

1. Wiederholung: Grundlagen der Quantenmechanik¹

- (a) Erläutern Sie das Phänomen der Hohlraumstrahlung. Diskutieren Sie die Plancksche Strahlungsformel, insbesondere die Grenzfälle großer und kleiner Wellenlängen. Vollziehen Sie Plancks (erste) Ableitung seines Strahlungsgesetzes (durch Kombination beider Grenzfälle) nach. Grundlage: Plancks Nobelvortrag (abschließende Anmerkungen, s. downloads) und Vorlesung. Erläutern Sie Plancks Quantenhypothese.

2. Aufgaben²: (26 Punkte)

- (a) *Wechselwirkung kurzer Laserpulse mit Atomen.* Man betrachte die Wechselwirkung eines Gases von Wasserstoffatomen im Grundzustand mit linear polarisierter elektromagnetischer Strahlung niedriger Intensität und untersuche das Absorptionsverhalten für folgende Fälle:
- $E(t) = E_0 \cos \omega t$. Man finde die Minimalfrequenz, ω_{\min} , bei der Absorption erstmals auftritt. Was passiert dabei im Atom?
 - $E(t) = \sum_{j=1}^{37} E_{0j} \cos j \frac{\omega_{\min}}{11} t$, j ungerade
 - kurzer Puls mit der Feldstärke $E(t) = E_0 \sin \Omega t \cdot \cos \frac{\omega_{\min}}{3} t$, für $\Omega t \in [0, \pi]$, und $E = 0$ sonst. Skizzieren Sie das Zeitverhalten der Feldstärke. Wie hängt die Absorption von der Pulsdauer τ ab? Hinweis: die Pulsdauer kann mit $\tau = \frac{\pi}{2\Omega}$ abgeschätzt werden.

(2+4+6 Punkte)

- (b) Berechnen Sie die Kommutatoren $[\hat{r}_i, \hat{p}_k]$, $[\hat{L}_i, \hat{r}_k]$ sowie $[\hat{L}_i, \hat{L}_k]$, $i, k = x, y, z$. Hinweis: der Drehimpulsoperator ist definiert in Analogie zur klassischen Mechanik: $\hat{\mathbf{L}} = \hat{\mathbf{r}} \times \hat{\mathbf{p}}$, sowie $\hat{r}_k = r_k$ und $\hat{p}_k = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial r_k}$.

(Punkte: 2, 2 bzw. 6)

Hinweis: der Kommutator zweier Operatoren ist definiert als $[\hat{a}, \hat{b}] \equiv \hat{a}\hat{b} - \hat{b}\hat{a}$.

- (c) Vereinfachen Sie $[\hat{a}, [\hat{c}, \hat{b}]]$ und $[[\hat{a}, \hat{b}], [\hat{c}, \hat{d}]]$

(Punkte: 4)

¹Theoriefragen sind mündlich zu beantworten und an der Tafel zu demonstrieren.

²schriftliche Lösung zur Abgabe